

INEGALITES, ORDRE ET OPERATIONS

I. Inégalités :1) Définition :**Définition :**

Une **inégalité** compare deux nombres à l'aide des symboles $<$, $>$, \leq , \geq .

Leurs significations est donnée par le tableau suivant :

Symboles	$a < b$	$a > b$	$a \leq b$	$a \geq b$
Signification	a est strictement inférieur à b	a est strictement supérieur à b	a est inférieur ou égal à b	a est supérieur ou égal à b

2) Encadrement :**Définition :**

On dit qu'un nombre x est **encadré par a et b** lorsqu'il est compris entre a et b .

On écrit alors, par exemple, l'**encadrement** suivant : $a \leq x \leq b$.

De plus, on dit alors que l'**amplitude** de cet encadrement est égale à $b - a$.

(Cela correspond à la distance entre a et b)

II. Signe d'une différence :**Propriété :**

Pour comparer deux nombres relatifs a et b , il suffit de déterminer le signe de leur différence.

En effet :

- Dire que $a > b$ revient à dire que $a - b > 0$
- Dire que $a = b$ revient à dire que $a - b = 0$
- Dire que $a < b$ revient à dire que $a - b < 0$

Remarque : Cette propriété reste vraie avec les symboles \leq et \geq .

Exemple :

- Si $x - 2 \leq 0$ alors $x \leq 2$
- Si $k > -3$ alors $k - (-3) > 0$ (C'est-à-dire que $k + 3 > 0$)

III. Ordre et opérations :1) Additions et soustractions :**Propriété 1 :**

Les nombres $a + c$ et $b + c$ sont rangés dans le même ordre que a et b .

Autrement dit, par exemple : Si $a > b$ alors $a + c > b + c$

Propriété 2 :

Les nombres $a - c$ et $b - c$ sont rangés dans le même ordre que a et b .

Autrement dit, par exemple : Si $a > b$ alors $a - c > b - c$

Exemple :

- Si $x \leq -7$, alors $x + 10 \leq -7 + 10$. On a donc $x + 10 \leq +3$
- Si $t + 4 > 9$, alors $t + 4 - 4 > 9 - 4$. On a donc $t > 5$

2) Multiplications :**Propriété 1 :**

Lorsque c est un nombre strictement positif, les nombres ac et bc sont rangés dans le même ordre que a et b .

Autrement dit, par exemple : Si $a > b$ et $c > 0$ alors $ac > bc$ et $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

Propriété 2 :

Lorsque c est un nombre strictement négatif, les nombres ac et bc sont rangés dans l'ordre inverse de a et b .

Autrement dit, par exemple : Si $a > b$ et $c < 0$ alors $ac < bc$ et $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

Exemple :

- Si $x < 2$ alors $x \times 6 < 2 \times 6$. On a donc $6x < 12$
- Si $3x \geq 7$ alors $3x \times \frac{1}{3} \geq 7 \times \frac{1}{3}$. On a donc $x \geq \frac{7}{3}$
- Si $\frac{y}{-2} > -5$ alors $\frac{y}{-2} \times (-2) < -5 \times (-2)$. On a donc $y < +10$

Propriété :

Les opposés de deux nombres sont rangés dans l'ordre contraire de ces nombres.

Autrement dit, par exemple : Si $a > b$ alors $-a < -b$

Exemple :

- Comme $9 > 7$ alors $-9 < -7$
- Si $v \geq 90$ alors $-v \leq -90$